



MINISTERUL  
EDUCAȚIEI ȘI  
CERCETĂRII



## OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ

Etapa Locală- 2026

Clasa a V-a

### Subiectul 1. (21 de puncte)

Se consideră șirul de numere naturale: 6, 11, 16, 21, 26, ..... .

- Arătați că numărul 2026 se află printre termenii șirului și determinați poziția lui în șir.
- Determinați termenii șirului, mai mici decât 2026, care sunt cuburi perfecte.
- Calculați suma primilor 20 de termeni ai șirului de pe poziții impare.

### Subiectul 2. (21 de puncte)

Se consideră numerele  $A = 1 + 7^1 + 7^2 + 7^3 + \dots + 7^{2024}$  și  $B = 7^1 + 7^2 + 7^3 + \dots + 7^{2024} + 9^n + 4^{n+2}$ , unde  $n$  este număr natural.

- Calculați suma  $7^1 + 7^2 + 7^3 + 7^4$ .
- Aflați ultimele două cifre ale lui  $A$ .
- Arătați că  $B$  nu poate fi pătrat perfect, indiferent de valoarea numărului natural  $n$ .

*Supliment Gazeta Matematică nr. 11/2025*

### Subiectul 3. (21 de puncte)

Cele două cifre care alcătuiesc vârsta unui bunic reprezintă vârstele celor doi nepoți ai săi. Dacă împărțim vârsta bunicului la diferența dintre vârstele nepoților săi, obținem câtul 16 și restul 3. Determinați vârsta bunicului.

(\*\*\*)

### Subiectul 4. (21 de puncte)

Într-un coș sunt 15 mere roșii, galbene și verzi. Aflați câte mere sunt din fiecare culoare, știind că oricum am lua 12 mere, întotdeauna vom găsi printre ele cel puțin un măr roșu, cel puțin două mere galbene și cel puțin trei mere verzi.

(\*\*\*)

**Notă:** Toate subiectele sunt obligatorii.

*Timp de lucru: 3 ore*

*Se acordă 16 puncte din oficiu.*



**Barem de notare și evaluare- Clasa a V-a**

**Olimpiada Națională de Matematică**

**Etapă Locală, Județul Dolj, 07 februarie 2026**

**Oficiu : 16 puncte**

**Subiectul 1**

**21 puncte**

a) Termenii șirului sunt de forma  $5n + 1$ , cu  $n \in \mathbb{N}$

2026 este termen al șirului dacă există  $n \in \mathbb{N}$ , astfel încât  $5n + 1 = 2026$ ..... 3p

$5n + 1 = 2026 \Rightarrow n = 405$ , deci 2026 este al 405-lea termen al șirului ..... 3p

b) Primele cuburi perfecte sunt : 0, 1, 8, 27, 64, 125, 216, 343, 512, 729, 1000, 1331, 1728, 2197,  $13^3 > 2026$ , ..... 3p

Termenii șirului au ultima cifră 1 sau 6.

$216 = 6^3$ ,  $216 = 5 \cdot 43 + 1$ ,  $1331 = 11^3$ ,  $1331 = 5 \cdot 266 + 1$  ..... 3p

Cuburile perfecte, mai mici decât 2026, din șir sunt 216 și 1331. .... 3p

c) Șirul termenilor de pe poziții impare : 6, 16, 26, 36, ..... 1p

Al 20-lea termen din șir este egal cu  $10 \cdot 19 + 6 = 196$ . .... 2p

$6 + 16 + 26 + \dots + 196 = (6 + 196) \cdot 20 : 2 = 2020$ . .... 3p

**Subiectul 2**

**21 de puncte**

a)  $7^1 + 7^2 + 7^3 + 7^4 = 2800$  ..... 3p

b)  $A = 1 + (7^1 + 7^2 + 7^3 + 7^4) + (7^5 + 7^6 + 7^7 + 7^8) + \dots + (7^{2021} + 7^{2022} + 7^{2023} + 7^{2024})$

$A = 1 + 7(1 + 7 + 7^2 + 7^3) + 7^5(1 + 7 + 7^2 + 7^3) + \dots + 7^{2021}(1 + 7 + 7^2 + 7^3)$  ..... 3p

$A = 1 + 7 \cdot 400 + 7^5 \cdot 400 + \dots + 7^{2021} \cdot 400$

$A = 1 + 400 \cdot (7 + 7^5 + \dots + 7^{2021})$  ..... 3p

Ultimele 2 cifre ale lui A sunt 01. .... 2p

c)  $7^1 + 7^2 + \dots + 7^{2024} = 400 \cdot (7 + 7^5 + \dots + 7^{2021})$

$U(7^1 + 7^2 + \dots + 7^{2024}) = 0$  ..... 3p

Dacă n este număr par  $\Rightarrow U(9^n) = 1$  și  $U(4^{n+2}) = 6 \Rightarrow U(B) = 7 \Rightarrow B$  nu poate fi pătrat perfect ..... 3p

Dacă n este număr impar  $\Rightarrow U(9^n) = 9$  și  $U(4^{n+2}) = 4 \Rightarrow U(B) = 3 \Rightarrow B$  nu poate fi pătrat perfect ..... 3p

Deci B nu poate fi pătrat perfect oricare ar fi n număr natural . .... 1p



**Subiectul 3**

**21 de puncte**

$\overline{ab}$  este vârsta bunicului, unde  $a$  și  $b$  reprezintă vârstele celor 2 nepoți

I.  $\overline{ab} = (a - b) \cdot 16 + 3, a - b > 3$  ..... 2p

$10a + b = 16a - 16b + 3$ , deci  $17b = 6a + 3$ ..... 2p

$6a + 3$  este număr impar  $\Rightarrow b$  este număr impar ..... 2p

Cum  $a \leq 9 \Rightarrow 6a + 3 \leq 57 \Rightarrow 17b \leq 57 \Rightarrow b \leq 3$  ..... 2p

Dacă  $b = 1 \Rightarrow 6a + 3 = 17 \Rightarrow 6a = 14$  imposibil. .... 2p

Dacă  $b = 3 \Rightarrow 6a + 3 = 51 \Rightarrow 6a = 48 \Rightarrow a = 8$  și  $a - b = 5 > 3$ , ..... 2p

II.  $\overline{ab} = (b - a) \cdot 16 + 3, b - a > 3$  .....2p

$10a + b = 16b - 16a + 3$ , de unde  $26a = 15b + 3$ ..... 2p

$26a$  este număr par  $\Rightarrow b$  este număr impar ..... 2p

$b = 1 \Rightarrow 26a = 18$  nu convine

$b = 3 \Rightarrow 26a = 48$  nu convine

$b = 5 \Rightarrow 26a = 78$  nu convine

$b = 7 \Rightarrow 26a = 108$  nu convine

$b = 9 \Rightarrow 26a = 138$  nu convine ..... 2p

Așadar, bunicul are 83 ani . ..... 1p

---

**Subiectul 4**

**21 de puncte**

Fie  $x$  numărul de mere roșii,  $y$  numărul de mere galbene și  $z$  numărul de mere verzi

$x \geq 1, y \geq 2, z \geq 3$ .....3p

Oricum am lua 12 mere din coș , rămân  $15 - 12 = 3$  mere..... 3p

Dacă  $x \leq 3$ , există posibilitatea de a extrage din coș 12 mere dintre care niciunul roșu. Deci  $x \geq 4$ . .... 3p

Dacă  $y \leq 4$ , în situația în care în coș rămân 3 mere galbene, printre cele scoase am avea exact unul galben, ceea ce nu convine. Deci  $y \geq 5$ . .... 3p

Dacă  $z \leq 5$ , în situația în care în coș rămân 3 mere verzi, printre cele scoase am avea exact două verzi, ceea ce nu convine. Deci  $z \geq 6$ . .... 3p

Cum  $x + y + z \geq 15$  și  $x + y + z = 15$  , obținem  $x = 4, y = 5$  și  $z = 6$ . .... 6p

---

**TOTAL**

**100 puncte**